线性代数
第四章：行列式
习 题 解 答

宿州学院 数学与统计学院

目录

习题4.1$(P_{145} - P_{146})$

1.解

习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

交换1、4行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换1、4行}} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{交换2、3行}$$

习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{交换2、3行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{交换2、3行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$=1$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

交换1、4行　　交换2、3行

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1$$

(2)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{交换2、3行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1$$

(2)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{交换2、3行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$=1$$

(2)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{交换2、3行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$=1$$

(2)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

对角矩阵的行列式

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换1、4行}} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换2、3行}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1$$

(2)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换1、4行}} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

对角矩阵的行列式

$$= -(3\times 2\times 4\times(-1))$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

1.解 (1)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{交换2、3行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1$$

(2)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \overset{\text{对角矩阵的行列式}}{=} -(3\times 2\times 4\times(-1))$$

$$= 24$$

习题4.1$(P_{145} - P_{146})$

(3)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

交换1、4行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{上三角行列式}}{=} -1$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{上三角行列式}}{=} -1$$

(4)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{上三角行列式}}{=} -1$$

(4)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{交换1、4行}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换1、4行}} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{上三角行列式}} -1$$

(4)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换1、4行}} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{上三角行列式}}{=} -1$$

(4)由行列式的性质，

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

第4行加到第2行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{上三角行列式}}{=} -1$$

(4)由行列式的性质,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \overset{\text{交换1、4行}}{=} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \overset{\text{第4行加到第2行}}{=} -\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.1$(P_{145} - P_{146})$

下三角行列式

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

下三角行列式

$$=-(3\times 2\times 4\times(-1))$$

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

下三角行列式

$$=-(3\times 2\times 4\times(-1)) \quad = 24$$

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

下三角行列式

$$= -(3\times 2\times 4\times(-1)) \quad = 24$$

2.证明

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3\times 2\times 4\times(-1)) = 24$$

2.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3\times 2\times 4\times(-1)) = 24$$

2.证明 (1)
$$\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

第3行乘(-1)加到第2行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

下三角行列式

$$=-(3\times2\times4\times(-1))$$

$$=24$$

2.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

第3行乘(-1)加到第2行

$$=\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

下三角行列式

$$=-(3\times 2\times 4\times(-1)) \quad = 24$$

2.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

第3行乘(-1)加到第2行　　第2行的$-k$倍加到第1行

$$=\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

下三角行列式

$$= -(3\times 2\times 4\times(-1)) = 24$$

2.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

第3行乘(-1)加到第2行

$$= \begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

第2行的$-k$倍加到第1行

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

下三角行列式

$$=-(3\times2\times4\times(-1))=24$$

2.证明 (1)
$$\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

第3行乘(-1)加到第2行

$$=\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & a_2+kb_2 & a_3+kb_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

第2行的$-k$倍加到第1行

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

(2)
$$\begin{vmatrix} b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$=\begin{vmatrix} 2(a_1+b_1+c_1) & 2(a_2+b_2+c_2) & 2(a_3+b_3+c_3) \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$=\begin{vmatrix} 2(a_1+b_1+c_1) & 2(a_2+b_2+c_2) & 2(a_3+b_3+c_3) \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数2

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$=\begin{vmatrix} 2(a_1+b_1+c_1) & 2(a_2+b_2+c_2) & 2(a_3+b_3+c_3) \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数2

$$=2\begin{vmatrix} a_1+b_1+c_1 & a_2+b_2+c_2 & a_3+b_3+c_3 \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$=\begin{vmatrix} 2(a_1+b_1+c_1) & 2(a_2+b_2+c_2) & 2(a_3+b_3+c_3) \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数2

$$=2\begin{vmatrix} a_1+b_1+c_1 & a_2+b_2+c_2 & a_3+b_3+c_3 \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

第1行乘(-1)加到第2行，第1行乘(-1)加到第3行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行,第3行加到第1行

$$=\begin{vmatrix} 2(a_1+b_1+c_1) & 2(a_2+b_2+c_2) & 2(a_3+b_3+c_3) \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数2

$$=2\begin{vmatrix} a_1+b_1+c_1 & a_2+b_2+c_2 & a_3+b_3+c_3 \\ c_1+a_1 & c_2+a_2 & c_3+a_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$$

第1行乘(-1)加到第2行，第1行乘(-1)加到第3行

$$=2\begin{vmatrix} a_1+b_1+c_1 & a_2+b_2+c_2 & a_3+b_3+c_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1$(P_{145} - P_{146})$

第2行加到第1行，第3行加到第1行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解 交换D的第1、5行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解 交换D的第1、5行

$$=-m$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解 交换D的第1、5行 用2乘行列式的所有元素，5阶行列式

$$=-m$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解 交换D的第1、5行 $=-m$ 用2乘行列式的所有元素，5阶行列式 $=-2^5m$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解 交换D的第1、5行 $=-m$ 用2乘行列式的所有元素，5阶行列式 $=-2^5m$

用(-3)乘第2行加到第4行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \qquad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解 交换D的第1、5行

$$=-m$$

用2乘行列式的所有元素，5阶行列式

$$=-2^5m$$

用(-3)乘第2行加到第4行

$$=-2^5m$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解 交换D的第1、5行 用2乘行列式的所有元素，5阶行列式

$$=-m \qquad =-2^5m$$

用(-3)乘第2行加到第4行 用$\frac{1}{4}$乘第2行

$$=-2^5m$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \qquad =2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解

交换D的第1、5行

$$=-m$$

用2乘行列式的所有元素，5阶行列式

$$=-2^5m$$

用(-3)乘第2行加到第4行

$$=-2^5m$$

用$\frac{1}{4}$乘第2行

$$=-2^5(\tfrac{1}{4})m$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

第2行加到第1行，第3行加到第1行

$$=2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{vmatrix}$$

第2行有公因数(-1)，第3行有公因数(-1)

$$=2(-1)(-1)\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \quad = 2\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

3.解

交换D的第1、5行

$$=-m$$

用2乘行列式的所有元素，5阶行列式

$$=-2^5m$$

用(-3)乘第2行加到第4行

$$=-2^5m$$

用$\frac{1}{4}$乘第2行

$$=-2^5\left(\frac{1}{4}\right)m \quad =-8m$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

4.解

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

4.解 (1) $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

4.解 (1) $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & ⋰ & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$

依次交换第$n, n-1$行,第$n-1, n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

4.解 (1) $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

$$
=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{vmatrix}
$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

$$
=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & ⋰ & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{vmatrix}
$$

再将第n交换至第3行，交换$n-3$次，...，交换第$n,n-1$行，交换1次

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

$$=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

再将第n交换至第3行，交换$n-3$次，...，交换第$n,n-1$行，交换1次

共进行$n-1+n-2+\cdots+2+1$次相邻两行交换

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

$$=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

再将第n交换至第3行，交换$n-3$次，...，交换第$n,n-1$行，交换1次

共进行$n-1+n-2+\cdots+2+1$次相邻两行交换

$$=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\cdots(-1)^{2}(-1)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix}.$$

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

$$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\cdot$$

(2) $$\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

$$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\cdot$$

(2) $$\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

第1行有公因数d_1,第2行有公因数d_2,...,第n行有公因数d_n

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

$$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

(2) $$\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & ⋰ & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

第1行有公因数d_1,第2行有公因数d_2,...,第n行有公因数d_n

$$=d_1d_2\cdots d_n\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & ⋰ & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

$$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

(2) $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$

第1行有公因数d_1,第2行有公因数d_2,...,第n行有公因数d_n

$$=d_1d_2\cdots d_n\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

利用第(1)小题结论

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

$$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

(2) $\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_1 \\ 0 & \cdots & d_2 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ d_n & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$

第1行有公因数d_1,第2行有公因数d_2,...,第n行有公因数d_n

$$=d_1d_2\cdots d_n\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

利用第(1)小题结论

$$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}d_1d_2\cdots d_n \quad .$$

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

(3) $$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

依次交换第$n, n-1$行,第$n-1, n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3) $$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \end{vmatrix}$$

对角形行列式，等于对角元之积

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \end{vmatrix}$$

对角形行列式，等于对角元之积

$$=(-1)^{n-1}n!$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(4) $$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\ 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(4) $$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\ 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(4) $$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\ 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

依次交换第$n, n-1$行,第$n-1, n-2$行,...,第2,1行，将第n行换至第1行，交换$n-1$次

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \\ 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

$$
=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \end{vmatrix}
$$

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

$$=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \end{vmatrix}$$

对角形行列式，等于对角元之积

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

依次交换第$n,n-1$行,第$n-1,n-2$行,...,第3,2行，将第n行换至第2行，交换$n-2$次

$$=(-1)^{n-1}(-1)^{n-2}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 \end{vmatrix}$$

对角形行列式，等于对角元之积

$$=(-1)n!$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

两行相同，值为0

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

两行相同，值为0

$$=0$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

两行相同，值为0

$$=0$$

(2)若$a_1=0$，则行列式的第1行元素全为0，行列式的值为0；

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

两行相同，值为0

$$=0$$

(2)若$a_1=0$，则行列式的第1行元素全为0，行列式的值为0；

若$a_1\neq 0$，$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

两行相同，值为0

$$=0$$

(2)若$a_1=0$，则行列式的第1行元素全为0，行列式的值为0；

第1行乘$(-\frac{b_1}{a_1})$加到第2行

若$a_1\neq 0$，$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

5.证明 (1) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+b_1 & a_2+b_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$

第1行乘(-1)加到第3行，值不变

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

两行相同，值为0

$$=0$$

(2)若$a_1=0$，则行列式的第1行元素全为0，行列式的值为0；

若$a_1\neq 0$，$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

第1行乘$(-\frac{b_1}{a_1})$加到第2行

$$=\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

习题4.1($P_{145} - P_{146}$)

一行为0,值为0

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

一行为0,值为0

$$=0$$

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

$=0$

一行为0,值为0

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

一行为0,值为0

$$=0$$

(3) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ 第1行加到第2行

习题4.1($P_{145}-P_{146}$)

一行为0,值为0

$$=0$$

(3) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行加到第2行}} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

一行为0,值为0

$$=0$$

(3) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} \overset{\text{第1行加到第2行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ 两行相同,值为0

习题4.1$(P_{145}-P_{146})$

一行为0,值为0

$=0$

(3)$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ 第1行加到第2行 $=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ 两行相同,值为0 $=0$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1.解

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

习题4.2$(P_{147}-P_{149})$

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

第1行乘$-\frac{c}{a}$加到第2行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a \neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

上三角行列式

习题4.2$(P_{147}-P_{149})$

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} = \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

上三角行列式

$$=a(d-b\frac{c}{a})$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ $\xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}}$ $\begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

$\xlongequal{\text{上三角行列式}} a(d-b\frac{c}{a}) = ad-bc.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

$\xlongequal{\text{上三角行列式}} a(d-b\frac{c}{a}) = ad-bc.$

若$c\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 第1行乘$-\frac{c}{a}$加到第2行 $=\begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

上三角行列式

$=a(d-b\frac{c}{a})$ $=ad-bc.$

若$c\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 交换第1,2行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \overset{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}}{=} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

上三角行列式

$$= a(d-b\frac{c}{a}) = ad-bc.$$

若$c\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \overset{\text{交换第1,2行}}{=} - \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

1.解 若$a \neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 第1行乘$-\frac{c}{a}$加到第2行 $= \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d - b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= a(d - b\frac{c}{a})$ $= ad - bc.$

若$c \neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 交换第1,2行 $= -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$ 第1行乘$-\frac{a}{c}$加到第2行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 第1行乘$-\frac{c}{a}$加到第2行 $=\begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

上三角行列式 $=a(d-b\frac{c}{a})=ad-bc.$

若$c\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 交换第1,2行 $=-\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$ 第1行乘$-\frac{a}{c}$加到第2行 $=-\begin{vmatrix} c & d \\ 0 & b-d\frac{a}{c} \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= a(d-b\frac{c}{a}) = ad-bc.$

若$c\neq 0$，则 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换第1,2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{a}{c}\text{加到第2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ 0 & b-d\frac{a}{c} \end{vmatrix}$

上三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则

第1行乘$-\frac{c}{a}$加到第2行

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= a(d-b\tfrac{c}{a}) = ad-bc.$$

若$c\neq 0$，则

交换第1,2行

第1行乘$-\frac{a}{c}$加到第2行

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & d \\ 0 & b-d\frac{a}{c} \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= -c(b-d\tfrac{a}{c})$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$$
$$\xlongequal{\text{上三角行列式}} a(d-b\tfrac{c}{a}) = ad-bc.$$

若$c\neq 0$，则
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换第1,2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{a}{c}\text{加到第2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ 0 & b-d\frac{a}{c} \end{vmatrix}$$
$$\xlongequal{\text{上三角行列式}} -c(b-d\tfrac{a}{c}) = ad-bc.$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

$$\xlongequal{\text{上三角行列式}} a(d-b\frac{c}{a}) = ad-bc.$$

若$c\neq 0$，则$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换第1,2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{a}{c}\text{加到第2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ 0 & b-d\frac{a}{c} \end{vmatrix}$

$$\xlongequal{\text{上三角行列式}} -c(b-d\frac{a}{c}) = ad-bc.$$

若$a=c=0$，则由行列式的性质，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=0$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

1.解 若$a\neq 0$，则 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{c}{a}\text{加到第2行}} \begin{vmatrix} a & b \\ 0 & d-b\frac{c}{a} \end{vmatrix}$

$\xlongequal{\text{上三角行列式}} a(d-b\frac{c}{a}) = ad-bc.$

若$c\neq 0$，则 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \xlongequal{\text{交换第1,2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘}-\frac{a}{c}\text{加到第2行}} -\begin{vmatrix} c & d \\ 0 & b-d\frac{a}{c} \end{vmatrix}$

$\xlongequal{\text{上三角行列式}} -c(b-d\frac{a}{c}) = ad-bc.$

若$a=c=0$，则由行列式的性质，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0 = ad-bc$.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} =$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 1 \times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1) \times 1 = 5.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} =$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2b.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2 b.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2 b.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1\times 1 - \log_a^b \times \log_b^a$

习题4.2$(P_{147}-P_{149})$

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2b.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1\times 1 - \log_a^b \times \log_b^a = 0.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2 b.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1\times 1 - \log_a^b \times \log_b^a = 0.$

(5) $\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^2 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2 b.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1\times 1 - \log_a^b \times \log_b^a = 0.$

(5) $\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^2 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$

$= (x-1)(x^2+x+1) - 1\times x^2$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

综上，$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1\times 4 - 1\times 3 = 1.$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - (-1)\times 1 = 5.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = ab^2 - a^2b.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & \log_a^b \\ \log_b^a & 1 \end{vmatrix} = 1\times 1 - \log_a^b \times \log_b^a = 0.$

(5) $\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^2 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$

$= (x-1)(x^2+x+1) - 1\times x^2 = x^3 - x^2 - 1.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(6) $\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(6) $\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2}$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(6) $\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} = \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \times \frac{-2t}{1+t^2} = 1.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(6) $\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} = \frac{1-t^2}{1+t^2}\times\frac{1-t^2}{1+t^2}-\frac{2t}{1+t^2}\times\frac{-2t}{1+t^2}=1.$

2.解 (1) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(6) $\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} = \frac{1-t^2}{1+t^2}\times\frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2}\times\frac{-2t}{1+t^2} = 1.$

2.解 (1) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ 交换1，4两行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(6) $\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} = \frac{1-t^2}{1+t^2}\times\frac{1-t^2}{1+t^2}-\frac{2t}{1+t^2}\times\frac{-2t}{1+t^2}=1.$

交换1，4两行

2.解 (1) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(6) $$\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} = \frac{1-t^2}{1+t^2}\times\frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2}\times\frac{-2t}{1+t^2} = 1.$$

交换1，4两行

2.解 (1) $$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

第1行分别乘5,(-2),(-3)加到第2,3,4行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(6) $\begin{vmatrix} \frac{1-t^2}{1+t^2} & \frac{2t}{1+t^2} \\ \frac{-2t}{1+t^2} & \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} = \frac{1-t^2}{1+t^2}\times\frac{1-t^2}{1+t^2}-\frac{2t}{1+t^2}\times\frac{-2t}{1+t^2}=1.$

2.解 (1) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ 交换1，4两行 $= - \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

第1行分别乘5,(-2),(-3)加到第2,3,4行

$$= - \begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 10 & -5 & 5 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

$$
=(-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}
$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

$$=(-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12,(-8)加到第3,4行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

$$=(-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12,(-8)加到第3,4行

$$=5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

$$= (-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12,(-8)加到第3,4行

$$= 5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

交换3,4行，第3行(-3)倍加到第4行

习题4.2$(P_{147}-P_{149})$

第3行公因数5，交换2，3两行

$$=(-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12,(-8)加到第3,4行

$$=5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

交换3,4行，第3行(-3)倍加到第4行

$$=5(-1)\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

$$=(-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12,(-8)加到第3,4行

$$=5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

交换3,4行，第3行(-3)倍加到第4行

$$=5(-1)\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

$$=(-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12,(-8)加到第3,4行

$$=5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

交换3,4行，第3行(-3)倍加到第4行

$$=5(-1)\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$=5(-1)\times 1\times 2\times(-2)\times 2$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第3行公因数5，交换2，3两行

$$= (-1)(-1)5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -24 & 18 & -19 \\ 0 & 16 & -10 & 11 \end{vmatrix}$$

第2行分别乘12,(-8)加到第3,4行

$$= 5\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

交换3,4行，第3行(-3)倍加到第4行

$$= 5(-1)\begin{vmatrix} 1 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= 5(-1)\times 1\times 2\times(-2)\times 2 = 40.$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ 各行加到第1行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2)
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \overset{\text{各行加到第1行}}{=} \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

各行加到第1行

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ 各行加到第1行 $= \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$$= 6\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ 各行加到第1行 $= \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$$= 6 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \overset{\text{各行加到第1行}}{=} \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$= 6\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= 6 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \overset{\text{各行加到第1行}}{=} \begin{vmatrix} 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

第1行有公因数6；第1行乘(-1)加到2,3,4行

$= 6\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= 6 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 48.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

第1行加到2,3,4行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3) $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行加到2,3,4行}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行加到2,3,4行

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

上三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{第1行加到2,3,4行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= 1 \times 2 \times 2 \times 2$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行加到2,3,4行}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ 第1行加到2,3,4行 $= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \overset{\text{第1行加到2,3,4行}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

$\overset{\text{上三角行列式}}{=} 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 各行加到第1行，第1行有公因数10

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ 第1行加到2,3,4行 $= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

上三角行列式

$= 1\times 2\times 2\times 2 = 8.$

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 各行加到第1行，第1行有公因数10 $= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行　　第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$=10\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&2&-1\\0&1&-2&-1\\0&-3&-2&-1\end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$=10\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&2&-1\\0&0&-4&0\\0&0&4&-4\end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

第3行加到第4行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$=10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$=10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

第3行加到第4行

$$=10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

第3行加到第4行

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$=10\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&2&-1\\0&1&-2&-1\\0&-3&-2&-1\end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$=10\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&2&-1\\0&0&-4&0\\0&0&4&-4\end{vmatrix}$$

第3行加到第4行

$$=10\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&1&2&-1\\0&0&-4&0\\0&0&0&-4\end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$=10\times1\times1\times(-4)\times(-4)$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1行的(-2),(-3),(-4)倍分别加到2,3,4行

$$=10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

第2行的(-1),3倍分别加到3,4行

$$=10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

第3行加到第4行

$$=10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$=10\times 1\times 1\times(-4)\times(-4)$$

$$=160.$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

3.解

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

3.解 (1)

$$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

3.解 (1)

$$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

各行加到第1行，第1行有公因数$x+(n-1)a$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行，第1行有公因数$x+(n-1)a$

$$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix} = [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行，第1行有公因数$x+(n-1)a$

$$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix} = [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

第1行乘$(-a)$加到以下各行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行，第1行有公因数$x+(n-1)a$

$$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix} = [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

第1行乘$(-a)$加到以下各行

$$= [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & x-a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x-a \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行，第1行有公因数$x+(n-1)a$

$$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix} = [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

第1行乘$(-a)$加到以下各行

$$= [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & x-a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x-a \end{vmatrix}$$

上三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

3.解 (1)

各行加到第1行，第1行有公因数$x+(n-1)a$

$$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix} = [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

第1行乘$(-a)$加到以下各行

$$= [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & x-a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x-a \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= [x+(n-1)a](x-a)^{(n-1)}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n-1 & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 & n \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & -(n-1) & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n-1 & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 & n \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & -(n-1) & 0 \end{vmatrix}$$

第k列有公因数k，$k=1,2,...,n$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(2) $$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n-1 & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 & n \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & -(n-1) & 0 \end{vmatrix}$$

第k列有公因数k，$k=1,2,...,n$

$$=(n!)\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

当n是奇数时,

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

第k行有公因数-1，$k = 1, 2, ..., n$

当n是奇数时,

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行有公因数-1，$k=1,2,...,n$

当n是奇数时，$$=(n!)(-1)^n\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & -1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行有公因数-1，$k=1,2,...,n$

当n是奇数时，$$=(n!)(-1)^n\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & -1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

将行列式转置

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行有公因数-1，$k=1,2,...,n$

当n是奇数时，$$=(n!)(-1)^n\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & -1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

将行列式转置 $$=(n!)\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & -1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；

当n是偶数时，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；

当n是偶数时，

第$n-1$行乘(-1)加到第n行,第$n-2$行乘(-1)加到第$n-1$行,...,

第2行乘(-1)加到第3行,第1行乘(-1)加到第2行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；

当n是偶数时，

第$n-1$行乘(-1)加到第n行,第$n-2$行乘(-1)加到第$n-1$行,...,

第2行乘(-1)加到第3行,第1行乘(-1)加到第2行

$$=(n!)\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

比较知，这时行列式的值为0；

当n是偶数时，

第$n-1$行乘(-1)加到第n行,第$n-2$行乘(-1)加到第$n-1$行,...,

第2行乘(-1)加到第3行,第1行乘(-1)加到第2行

$$
=(n!)\begin{vmatrix}
0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\
-1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1
\end{vmatrix}
$$

注意这时行列式的第2行至第n中，每一行都有两个(-1)，利用此特点对行列式进行初等行变换.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将偶数行(第$2,4,6,...,n$(是偶数)行)加到第一行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将偶数行(第$2,4,6,...,n$(是偶数)行)加到第一行

$$=(n!)\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将偶数行(第$2,4,6,...,n$(是偶数)行)加到第一行

$$
=(n!)\begin{vmatrix}
-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
-1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1
\end{vmatrix}
$$

三角形行列式，n是偶数

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将偶数行(第$2,4,6,\ldots,n$(是偶数)行)加到第一行

$$=(n!)\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

三角形行列式，n是偶数

$$=(-1)^n n!$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将偶数行(第$2,4,6,...,n$(是偶数)行)加到第一行

$$=(n!)\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

三角形行列式，n是偶数

$$=(-1)^n n!$$

$$=n!$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将偶数行(第$2,4,6,\ldots,n$(是偶数)行)加到第一行

$$=(n!)\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

三角形行列式，n是偶数

$$=(-1)^n n! \qquad = n!$$

注：本题的计算难度较大，超出了一般线性代数对行列式计算的要求.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3)因为$a_i \neq 0$,

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3)因为$a_i\neq 0$, $\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \end{vmatrix}$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3)因为$a_i\neq 0$，$\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \end{vmatrix}$

将第k行乘$-\frac{1}{a_{k-1}}$加到第1行，$k=2,3,...,n$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

(3)因为$a_i\neq 0$，$\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \end{vmatrix}$

将第k行乘$-\frac{1}{a_{k-1}}$加到第1行，$k=2,3,\ldots,n$

$$=\begin{vmatrix} a_0-\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}-\cdots-\frac{1}{a_{n-1}} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147} - P_{149}$)

下三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

下三角行列式

$$= a_1a_2\cdots a_{n-1}(a_0-\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}-\cdots-\frac{1}{a_{n-1}})$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

下三角行列式

$$=a_1a_2\cdots a_{n-1}(a_0-\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}-\cdots-\frac{1}{a_{n-1}})$$

(4) $\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$

习题4.2$(P_{147}-P_{149})$

下三角行列式

$$=a_1a_2\cdots a_{n-1}(a_0-\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}-\cdots-\frac{1}{a_{n-1}})$$

(4) $$\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$$

第1行乘(-1)加到以下各行

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

下三角行列式

$$=a_1a_2\cdots a_{n-1}(a_0-\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}-\cdots-\frac{1}{a_{n-1}})$$

(4) $$\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$$

第1行乘(-1)加到以下各行

$$=\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

习题4.2$(P_{147}-P_{149})$

第k行乘$-\frac{1}{a_k}$加到第1行,$k=2,3,...,n$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行乘$-\frac{1}{a_k}$加到第1行,$k=2,3,...,n$

$$=\begin{vmatrix} 1+a_1+\frac{a_1}{a_2}+\cdots+\frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\ -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行乘$-\frac{1}{a_k}$加到第1行,$k=2,3,...,n$

$$=\begin{vmatrix} 1+a_1+\frac{a_1}{a_2}+\cdots+\frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\ -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

下三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行乘$-\frac{1}{a_k}$加到第1行,$k=2,3,...,n$

$$=\begin{vmatrix} 1+a_1+\frac{a_1}{a_2}+\cdots+\frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\ -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

下三角行列式

$$=a_2a_3\cdots a_n(1+a_1+\frac{a_1}{a_2}+\cdots+\frac{a_1}{a_n}).$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行乘$-\frac{1}{a_k}$加到第1行,$k=2,3,...,n$

$$=\begin{vmatrix} 1+a_1+\frac{a_1}{a_2}+\cdots+\frac{a_1}{a_n} & 0 & \cdots & 0 \\ -a_1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

下三角行列式

$$=a_2a_3\cdots a_n(1+a_1+\frac{a_1}{a_2}+\cdots+\frac{a_1}{a_n}).$$

(5) $$\begin{vmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

各列加到第1列

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

各列加到第1列

$$=\begin{vmatrix} 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\ n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

各列加到第1列

$$=\begin{vmatrix} 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\ n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

依次交换$n,n-1$行,$n-1,n-2$行,...,3,2行，2,1行,将第n行交换至第1行，交换$n-1$次

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

各列加到第1列

$$=\begin{vmatrix} 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \\ n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

依次交换$n,n-1$行,$n-1,n-2$行,...,3,2行，2,1行,将第n行交换至第1行，交换$n-1$次

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1列乘$-\frac{1}{n}$加到第k列，$k=2,3,...,n$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1列乘$-\frac{1}{n}$加到第k列，$k=2,3,\ldots,n$

$$= (-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1列乘$-\frac{1}{n}$加到第k列，$k=2,3,...,n$

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

下三角行列式

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1列乘$-\frac{1}{n}$加到第k列，$k=2,3,...,n$

$$= (-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

下三角行列式 $= (-1)^{n-1}na_1a_2\cdots a_{n-1}.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第1列乘$-\frac{1}{n}$加到第k列，$k=2,3,...,n$

$$=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a_{n-1} & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

下三角行列式 $=(-1)^{n-1}na_1a_2\cdots a_{n-1}.$

(6) $$\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k列乘x^{k-1}加到第1列，$k=2,3,...,n$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k列乘x^{k-1}加到第1列，$k=2,3,...,n$

$$
=\begin{vmatrix}
0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\
\sum\limits_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1}
\end{vmatrix}
$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k列乘x^{k-1}加到第1列，$k=2,3,...,n$

$$
=\begin{vmatrix}
0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\
\sum\limits_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1}
\end{vmatrix}
$$

依次交换$n,n-1$行,$n-1,n-2$行,...,3,2行，2,1行,将第n行交换至第1行，交换$n-1$次

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k列乘x^{k-1}加到第1列，$k=2,3,...,n$

$$
=\begin{vmatrix}
0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\
\sum\limits_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1}
\end{vmatrix}
$$

依次交换$n,n-1$行,$n-1,n-2$行,...,3,2行，2,1行,将第n行交换至第1行，交换$n-1$次

$$
=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix}
\sum\limits_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\
0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1
\end{vmatrix}
$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行的x倍加到第$k+1$行，$k=2,...,n-1$,从$k=2$开始

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行的x倍加到第$k+1$行，$k=2,...,n-1$,从$k=2$开始

$$
=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix}
\sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\
0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1
\end{vmatrix}
$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行的x倍加到第$k+1$行，$k=2,...,n-1$,从$k=2$开始

$$
=(-1)^{n-1}\begin{vmatrix}
\sum\limits_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\
0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1
\end{vmatrix}
$$

上三角行列式

习题4.2$(P_{147} - P_{149})$

第k行的x倍加到第$k+1$行，$k=2,...,n-1$,从$k=2$开始

$$
= (-1)^{n-1} \begin{vmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{vmatrix}
$$

上三角行列式

$$
= (-1)^{n-1}(-1)^{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i
$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

第k行的x倍加到第$k+1$行，$k=2,\ldots,n-1$,从$k=2$开始

$$= (-1)^{n-1}\begin{vmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= (-1)^{n-1}(-1)^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i \quad = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i .$$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；再依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，4,3行，3,2行，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；再依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，4,3行，3,2行，即进行$n-2$次相邻行交换，把原第$n-1$行交换至第2行；…，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；再依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，4,3行，3,2行，即进行$n-2$次相邻行交换，把原第$n-1$行交换至第2行；…，依次进行，最后交换$n,n-1$行，进行1次交换，把原来的第1行，交换至第n行.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；再依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，4,3行，3,2行，即进行$n-2$次相邻行交换，把原第$n-1$行交换至第2行；…，依次进行，最后交换$n,n-1$行，进行1次交换，把原来的第1行，交换至第n行.这样行列式D经过$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，化为了行列式D_1，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；再依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，4,3行，3,2行，即进行$n-2$次相邻行交换，把原第$n-1$行交换至第2行；…，依次进行，最后交换$n,n-1$行，进行1次交换，把原来的第1行，交换至第n行.这样行列式D经过$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，化为了行列式D_1，

所以$D_1=(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}D$.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；再依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，4,3行，3,2行，即进行$n-2$次相邻行交换，把原第$n-1$行交换至第2行；…，依次进行，最后交换$n,n-1$行，进行1次交换，把原来的第1行，交换至第n行.这样行列式D经过$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，化为了行列式D_1，

所以$D_1=(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}D.$

将行列式D先进行转置，再进行上面所述的$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，则可以得到D_2，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

4.证明 将行列式D进行以下初等变换：依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，3,2行，2,1行，即进行$n-1$次相邻行交换，把第n行交换至第1行；再依次交换D的$n,n-1$行，$n-1,n-2$行，…，4,3行，3,2行，即进行$n-2$次相邻行交换，把原第$n-1$行交换至第2行；…，依次进行，最后交换$n,n-1$行，进行1次交换，把原来的第1行，交换至第n行.这样行列式D经过$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，化为了行列式D_1，

所以$D_1=(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}D.$

将行列式D先进行转置，再进行上面所述的$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，则可以得到D_2，

所以$D_2=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D$.

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}$.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D.$

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}.$

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D.$

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}.$

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$

而矩阵关系有，$SD=D_1$，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D.$

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}.$

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$

而矩阵关系有，$SD=D_1$，$SD^T=D_2$，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D$.

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}$.

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

而矩阵关系有，$SD=D_1$，$SD^T=D_2$，$SDS=D_3$；

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D.$

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}.$

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}.$

而矩阵关系有，$SD=D_1$，$SD^T=D_2$，$SDS=D_3$；

所以$D_1=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D$.

本题另证： 记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}$.

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

而矩阵关系有，$SD=D_1$，$SD^T=D_2$，$SDS=D_3$；

所以$D_1=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$，$D_2=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D$.

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}$.

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

而矩阵关系有，$SD=D_1$，$SD^T=D_2$，$SDS=D_3$；

所以$D_1=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$，$D_2=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$，

$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

将行列式D先进行上述$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两行交换，再进行类似的相邻$\frac{n(n-1)}{2}$次相邻的两列交换，即得到行列式D_3，

所以$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D$.

本题另证：记$S=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n\times n}$.

则$\det S=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

而矩阵关系有，$SD=D_1$，$SD^T=D_2$，$SDS=D_3$；

所以$D_1=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$，$D_2=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D$，

$D_3=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}D=D$.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D_1=D$.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D_1=D$.
因为D的第3行乘2，再将其第1行加到第3行，得D_2，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D_1=D$.

因为D的第3行乘2，再将其第1行加到第3行，得D_2，所以$D_2=2D$.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D_1=D$.

因为D的第3行乘2，再将其第1行加到第3行，得D_2，所以$D_2=2D$.

因为将D转置以后，再交换它的第1,3两行，然后再交换它的第2,3两行，得D_3，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D_1=D$.

因为D的第3行乘2，再将其第1行加到第3行，得D_2，所以$D_2=2D$.

因为将D转置以后，再交换它的第1,3两行，然后再交换它的第2,3两行，得D_3，所以$D_3=(-1)(-1)D=D$.

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D_1=D$.

因为D的第3行乘2，再将其第1行加到第3行，得D_2，所以$D_2=2D$.

因为将D转置以后，再交换它的第1,3两行，然后再交换它的第2,3两行，得D_3，所以$D_3=(-1)(-1)D=D$.

因为将D转置以后，再将其每一行都乘上数k，得D_4，

习题4.2($P_{147}-P_{149}$)

5.因为D的第1行乘(-2)加到第2行，得D_1，所以$D_1=D$.

因为D的第3行乘2，再将其第1行加到第3行，得D_2，所以$D_2=2D$.

因为将D转置以后，再交换它的第1,3两行，然后再交换它的第2,3两行，得D_3，所以$D_3=(-1)(-1)D=D$.

因为将D转置以后，再将其每一行都乘上数k，得D_4，所以$D_4=k^3D$.

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

按第1行展开

习题4.3$(P_{149}-P_{150})$

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

按第1行展开

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

按第1行展开

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

按第1行展开

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

利用上述三阶行列式的一般计算公式

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

按第1行展开

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

利用上述三阶行列式的一般计算公式

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

按第1行展开

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

利用上述三阶行列式的一般计算公式

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix} = 2\times(-4)\times3+1\times8\times1+0\times(-1)\times(-1)-1\times(-4)\times(-1)-0\times1\times3-2\times(-1)\times8$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

1.解 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

按第1行展开

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$= a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$

利用上述三阶行列式的一般计算公式

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix} = 2\times(-4)\times 3 + 1\times 8\times 1 + 0\times(-1)\times(-1) - 1\times(-4)\times(-1) - 0\times 1\times 3 - 2\times(-1)\times 8 = -4.$

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$$=1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$$= 1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1=0.$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$$=1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1=0.$$

(3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$$=1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1=0.$$

(3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

$$=a\times b\times c+a\times b\times c+a\times b\times c-c\times c\times c-b\times b\times b-a\times a\times a$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$= 1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1=0.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

$= a\times b\times c+a\times b\times c+a\times b\times c-c\times c\times c-b\times b\times b-a\times a\times a$

$= 3abc-a^3-b^3-c^3.$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$=1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1=0.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

$=a\times b\times c+a\times b\times c+a\times b\times c-c\times c\times c-b\times b\times b-a\times a\times a$

$=3abc-a^3-b^3-c^3.$

(4) $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$$=1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1=0.$$

(3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

$$=a\times b\times c+a\times b\times c+a\times b\times c-c\times c\times c-b\times b\times b-a\times a\times a$$

$$=3abc-a^3-b^3-c^3.$$

(4) $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}$

$$=0\times0\times0+a\times c\times0+b\times d\times0-0\times0\times0-a\times b\times0-0\times c\times d$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$=1\times1\times1+2\times2\times1+0\times1\times3-3\times1\times1-2\times0\times1-1\times2\times1=0.$

(3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$

$=a\times b\times c+a\times b\times c+a\times b\times c-c\times c\times c-b\times b\times b-a\times a\times a$

$=3abc-a^3-b^3-c^3.$

(4) $\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}$

$=0\times0\times0+a\times c\times0+b\times d\times0-0\times0\times0-a\times b\times0-0\times c\times d$

$=0.$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$

元素a的代数余子式为d,

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，元素d的代数余子式为a，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，元素d的代数余子式为a，

所求伴随矩阵为$\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，元素d的代数余子式为a，

所求伴随矩阵为$\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，元素d的代数余子式为a，

所求伴随矩阵为$\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}.$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，元素d的代数余子式为a，

所求伴随矩阵为$\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}.$$

(2)$\det\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}=9$，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，元素d的代数余子式为a，

所求伴随矩阵为$\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}.$$

(2)$\det\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}=9$，各位置元素的代数余子式$A_{11}=\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}=0$,

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

2.解 (1)矩阵的行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$

元素a的代数余子式为d，元素b的代数余子式为$-c$，元素c的代数余子式为$-b$，元素d的代数余子式为a，

所求伴随矩阵为$\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{pmatrix}.$$

(2)$\det\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = 9$，各位置元素的代数余子式$A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 0, A_{12} = -\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -3,$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}=0,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}=0,\ A_{21}=-\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}=-3,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,\ A_{21}=-\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-1,$$

习题4.3$(P_{149}-P_{150})$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,A_{21}=-\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-1,A_{23}=-\begin{vmatrix}1 & -3\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3&0\\0&0\end{vmatrix}=0,A_{21}=-\begin{vmatrix}-3&2\\0&-1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1&2\\0&-1\end{vmatrix}=-1,A_{23}=-\begin{vmatrix}1&-3\\0&0\end{vmatrix}=0,$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}-3&2\\0&1\end{vmatrix}=-3,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,\ A_{21}=-\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-1,\ A_{23}=-\begin{vmatrix}1 & -3\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & 1\end{vmatrix}=-3,\ A_{32}=-\begin{vmatrix}1 & 2\\ -3 & 1\end{vmatrix}=-7,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,\ A_{21}=-\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-1,\ A_{23}=-\begin{vmatrix}1 & -3\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & 1\end{vmatrix}=-3,\ A_{32}=-\begin{vmatrix}1 & 2\\ -3 & 1\end{vmatrix}=-7,$$

$$A_{33}=\begin{vmatrix}1 & -3\\ -3 & 0\end{vmatrix}=-9,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,\ A_{21}=-\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-1,\ A_{23}=-\begin{vmatrix}1 & -3\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & 1\end{vmatrix}=-3,\ A_{32}=-\begin{vmatrix}1 & 2\\ -3 & 1\end{vmatrix}=-7,$$

$A_{33}=\begin{vmatrix}1 & -3\\ -3 & 0\end{vmatrix}=-9$，所以$A$的伴随矩阵

$$A^*=\begin{pmatrix}0 & -3 & -3\\ -3 & -1 & -7\\ 0 & 0 & -9\end{pmatrix},$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

$$A_{13}=\begin{vmatrix}-3 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0, A_{21}=-\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-1, A_{23}=-\begin{vmatrix}1 & -3\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0,$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 0 & 1\end{vmatrix}=-3, A_{32}=-\begin{vmatrix}1 & 2\\ -3 & 1\end{vmatrix}=-7,$$

$$A_{33}=\begin{vmatrix}1 & -3\\ -3 & 0\end{vmatrix}=-9,$$ 所以A的伴随矩阵

$$A^*=\begin{pmatrix}0 & -3 & -3\\ -3 & -1 & -7\\ 0 & 0 & -9\end{pmatrix}, \quad A^{-1}=\begin{pmatrix}0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{9} & -\frac{7}{9}\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -3$,

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -3$，各位置元素的代数余子式

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}=-3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11}=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=-1,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}=-3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11}=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=-1,\quad A_{12}=-\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}=10$$

习题4.3$(P_{149} - P_{150})$

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}=-3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11}=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=-1,\quad A_{12}=-\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}=10$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}=-4,\quad A_{21}=-\begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=2$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}=-3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11}=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=-1,\quad A_{12}=-\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}=10$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}=-4,\quad A_{21}=-\begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=2$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}=-17,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}=-3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11}=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=-1,\quad A_{12}=-\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}=10$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}=-4,\quad A_{21}=-\begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=2$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}=-17,\quad A_{23}=-\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}=8$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1,\quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4,\quad A_{21} = -\begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = -17,\quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 1,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1,\quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -4,\quad A_{21} = -\begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = -17,\quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = 8$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 1,\quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -1$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

(3)$\det\begin{pmatrix}3&-2&-5\\2&-1&-3\\-4&0&1\end{pmatrix}=-3$，各位置元素的代数余子式

$$A_{11}=\begin{vmatrix}1&-3\\0&1\end{vmatrix}=-1,\quad A_{12}=-\begin{vmatrix}2&-3\\-4&1\end{vmatrix}=10$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}2&-1\\-4&0\end{vmatrix}=-4,\quad A_{21}=-\begin{vmatrix}-2&-5\\0&1\end{vmatrix}=2$$

$$A_{22}=\begin{vmatrix}3&-5\\-4&1\end{vmatrix}=-17,\quad A_{23}=-\begin{vmatrix}3&-2\\-4&0\end{vmatrix}=8$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}-2&-5\\-1&-3\end{vmatrix}=1,\quad A_{32}=-\begin{vmatrix}3&-5\\2&-3\end{vmatrix}=-1$$

$$A_{33}=\begin{vmatrix}3&-2\\2&-1\end{vmatrix}=1$$

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

所以

$$A^* = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 10 & -17 & -1 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

所以

$$A^*=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 10 & -17 & -1\\ -4 & 8 & 1\end{pmatrix},\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3}\\ -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} & \frac{1}{3}\\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

3.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

所以

$$A^*=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 10 & -17 & -1\\ -4 & 8 & 1\end{pmatrix},\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3}\\ -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} & \frac{1}{3}\\ \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

3.解 构作行列式$D_1=\begin{vmatrix}3 & 1 & -1 & 2\\ -5 & 1 & 3 & -4\\ 1 & 3 & -2 & 2\\ -1 & -5 & 3 & -3\end{vmatrix}$,

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

所以

$$A^*=\begin{pmatrix}-1&2&1\\10&-17&-1\\-4&8&1\end{pmatrix},\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}&-\frac{2}{3}&-\frac{1}{3}\\-\frac{10}{3}&\frac{17}{3}&\frac{1}{3}\\\frac{4}{3}&-\frac{8}{3}&-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

3.解 构作行列式$D_1=\begin{vmatrix}3&1&-1&2\\-5&1&3&-4\\1&3&-2&2\\-1&-5&3&-3\end{vmatrix}$,

比较D_1与$D=\begin{vmatrix}3&1&-1&2\\-5&1&3&-4\\2&0&1&-1\\-1&-5&3&-3\end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素代数余子式的定义知，D_1与D第3行相应位置元素的代数余子式相同，

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素代数余子式的定义知，D_1与D第3行相应位置元素的代数余子式相同，所以 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$是行列式$D_1$按第3行的展开式.

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素代数余子式的定义知，D_1与D第3行相应位置元素的代数余子式相同，所以 $A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}$是行列式$D_1$按第3行的展开式.即 $A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素代数余子式的定义知，D_1与D第3行相应位置元素的代数余子式相同，所以 $A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}$是行列式$D_1$按第3行的展开式.即 $A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

交换1,3行,第1行分别乘5,(-3),1加到2,3,4行

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

它们只有第3行元素不同，其余元素完全相同，由行列式元素代数余子式的定义知，D_1与D第3行相应位置元素的代数余子式相同，所以 $A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}$是行列式$D_1$按第3行的展开式.即 $A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$

交换1,3行,第1行分别乘5,(-3),1加到2,3,4行

$$=-\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 16 & 7 & 6 \\ 0 & -8 & 5 & -4 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$=(-1)(-1)\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$=(-1)(-1)\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{vmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$=(-1)(-1)\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{vmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$=\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

习题4.3$(P_{149}-P_{150})$

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$=(-1)(-1)\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{vmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$=\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1)\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{vmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$= \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= 1 \times (-2) \times 1 \times (-2)$$

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

交换2,4行,第2行分别乘(-4),8加到3,4行

$$= (-1)(-1)\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & -2 \end{vmatrix}$$

第3行分别乘(-15)加到4行

$$= \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

上三角行列式

$$= 1 \times (-2) \times 1 \times (-2) = 4.$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式,

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

第1行乘(-1)加到2,3行

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

第1行乘(-1)加到2,3行

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix}1&-1&1\\1&2&3\\1&3&2\end{vmatrix}\xrightarrow{\text{第1行乘(-1)加到2,3行}}=\begin{vmatrix}1&-1&1\\0&3&2\\0&4&1\end{vmatrix}=-5$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘(-1)加到2,3行}} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

(2)因为$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}$是$\det A$的第2列元素与第1列元素对应的代数余子式乘积的和，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

第1行乘(-1)加到2,3行

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}=-5$$

(2)因为$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}$是$\det A$的第2列元素与第1列元素对应的代数余子式乘积的和，所以$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}=0$.

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \xlongequal{\text{第1行乘(-1)加到2,3行}} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

(2)因为$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}$是$\det A$的第2列元素与第1列元素对应的代数余子式乘积的和，所以 $-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}=0.$

5.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

第1行乘(-1)加到2,3行

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 3 & 2\\ 0 & 4 & 1\end{vmatrix}=-5$$

(2)因为$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}$是$\det A$的第2列元素与第1列元素对应的代数余子式乘积的和，所以 $-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}=0.$

5.解 由于第3行元素的余子式分别是$5,3,-7,4$,

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix}1&-1&1\\1&2&3\\1&3&2\end{vmatrix}\xlongequal{\text{第1行乘(-1)加到2,3行}}\begin{vmatrix}1&-1&1\\0&3&2\\0&4&1\end{vmatrix}=-5$$

(2)因为$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}$是$\det A$的第2列元素与第1列元素对应的代数余子式乘积的和，所以 $-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}=0.$

5.解 由于第3行元素的余子式分别是$5,3,-7,4$，所以它们的代数余子式分别为$5,-3,-7,-4$，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix}1&-1&1\\1&2&3\\1&3&2\end{vmatrix}\overset{\text{第1行乘(-1)加到2,3行}}{=}\begin{vmatrix}1&-1&1\\0&3&2\\0&4&1\end{vmatrix}=-5$$

(2)因为$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}$是$\det A$的第2列元素与第1列元素对应的代数余子式乘积的和，所以 $-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}=0.$

5.解 由于第3行元素的余子式分别是$5,3,-7,4$，所以它们的代数余子式分别为$5,-3,-7,-4$，由行列式的展开定理，

$$D=(-1)\times 5+2\times(-3)+0\times(-7)+1\times(-4)$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

4.解 (1)$A_{11}+A_{21}+A_{31}$是$\det A$按第1列的展开式，所以

$$A_{11}+A_{21}+A_{31}=\begin{vmatrix}1&-1&1\\1&2&3\\1&3&2\end{vmatrix}\xlongequal{\text{第1行乘(-1)加到2,3行}}\begin{vmatrix}1&-1&1\\0&3&2\\0&4&1\end{vmatrix}=-5$$

(2)因为$-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}$是$\det A$的第2列元素与第1列元素对应的代数余子式乘积的和，所以 $-A_{11}+2A_{21}+3A_{31}=0.$

5.解 由于第3行元素的余子式分别是$5,3,-7,4$，所以它们的代数余子式分别为$5,-3,-7,-4$，由行列式的展开定理，

$$D=(-1)\times5+2\times(-3)+0\times(-7)+1\times(-4)=-15.$$

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

6.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix} \neq 0,$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix} \neq 0,$$

所以齐次线性方程组只有零解.

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix} \neq 0,$$

所以齐次线性方程组只有零解.

6.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix} \neq 0,$$

所以齐次线性方程组只有零解.

6.解 方程组的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ k+2 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & k \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix} \neq 0,$$

所以齐次线性方程组只有零解.

6.解 方程组的系数行列式

第1行分别乘1,(-4),$-k$加到第2,3,4行

$$D = \begin{vmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ k+2 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & k \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

6.解 因为方程组的系数行列式

第2行乘(-2)加到第1行,第2行乘(-5)加到第3行

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 5 & 8 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -9 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 18 & -22 \end{vmatrix} \neq 0,$$

所以齐次线性方程组只有零解.

6.解 方程组的系数行列式

第1行分别乘1,(-4),$-k$加到第2,3,4行

$$D = \begin{vmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ k+2 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ k+1 & 2 & 0 & 0 \\ 2-3k & -1 & 0 & 0 \\ 2-k^2 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} \quad =-15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-3$,

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$= -3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3,$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-3$,

$$A_1=\begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}=18;$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-3,$

$$A_1=\begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}=18;\ A_2=\begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-3$,

$$A_1=\begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}=18;\ A_2=\begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix}=15;$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} =-15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-3$,

$$A_1=\begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}=18;\ A_2=\begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix}=15;$$

$$A_3=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 1 & -3 & 9 \\ 0 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

按第4列展开，再按第3列展开

$$=-3\begin{vmatrix} k+1 & 2 \\ 2-3k & -1 \end{vmatrix} = -15(k-1).$$

因为方程组有非零解，所以$D=0$，所以$k=1$.

7.解 方程组的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-3$,

$$A_1=\begin{vmatrix} 8 & 1 & -5 \\ 9 & -3 & 0 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}=18;\ A_2=\begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix}=15;$$

$$A_3=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 1 & -3 & 9 \\ 0 & 2 & -5 \end{vmatrix}=15.$$

习题4.3($P_{149} - P_{150}$)

所以，$\begin{cases} x_1 = \frac{A_1}{D} \\ x_2 = \frac{A_2}{D} \\ x_3 = \frac{A_3}{D} \end{cases}$，

习题4.3($P_{149}-P_{150}$)

所以，$\begin{cases} x_1=\frac{A_1}{D} \\ x_2=\frac{A_2}{D} \\ x_3=\frac{A_3}{D} \end{cases}$，得$\begin{cases} x_1=-6 \\ x_2=-5 \\ x_3=-5 \end{cases}$

Thank you!

AUTHOR: Ning Qun
ADDRESS: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China
EMAIL: Ning.qun@163.com